

存在者を構成／還元するために用いられる定義とは どのようなものか

高取 正大

はじめに

20世紀前半期の分析哲学において影響力をもったプログラムの一つは、還元的現象主義と呼ばれるものであった。その内容は大まかには、次のような理論を構築する試みである。すなわち、世界のありようを説明し認知的に基礎づけるために、ほんとうのいみで存在するのは基礎的な種類の感覚的存在者(およびそれらにクラス計算や個体計算を適用して得られる存在者)のみであり、物理的対象その他の存在者はそれらから論理的に構成される(逆に言えば、物理的対象や他の種類の存在者は、基礎的な感覚物とそれらの集合論的・メレオロジー的構築物 etc.に還元される)、と主張する理論である。そして、その論理的構成／還元は、感覚的存在者を表現する語彙(およびクラス計算や個体計算の語彙)を用いて、他の種類の存在者を表わす語彙を定義することによって、試みられていた¹。

定義を用いて存在者を(論理的に)構成したり還元したりする操作は、より最近の形而上学的議論においてもまた、しばしば目にすることができる。例えば様相の形而上学において、現実主義と呼ばれる立場の中には、可能世界や可能的個体を、現実世界の言語的対象の集合論的構築物として定義することで、前者を後者に還元しようと(逆に言えば後者から前者を構成することを)試みるものがある²。

こういった実例から次のことが言えるだろう。つまり、定義を用いて存在者を構成したり還元したりする手続きは、存在論的議論のいくつかの場面で適用が試みられてきたものであり³、また、こんにちでも我々に利用可能な選択肢

「存在者を構成／還元するために用いられる定義とはどのようなものか」

の一つなのである。よって、この方法論は、現代の分析哲学が備えた古典的な道具立ての一つであり、従ってまた、それじたいで考察の対象となりうる⁴ものだと考えられる。

以上で述べられた、存在者を構成／還元するために用いられる定義は、これまでしばしば、**構成的定義(Constructional Definition)**という名前で呼ばれてきた⁵。しかし、構成的定義という哲学的方法論そのものを主體的に扱い、十分な特徴づけを与えようとする先行研究は、筆者の見限り、実はそれほど多くはない。このことを踏まえ、本論文は、次の二つを主要な目的とする。第一に、構成的定義とはどのように特徴づけられる定義なのかについて、その適切な分析・定式化がいかなるものになるかを検討することである。そして第二に、その作業を通じて、この道具立てについて(ある程度)体系的かつ詳細な解説を与えることである。以下、本稿のアウトラインを述べる。最初に第1節では、典型例を参照しつつ、構成的定義の一般的な形式を確認する。第2節では、構成的定義の適切な分析は何を説明できなければならないかについて述べる。第3節では、第1節で与えられた構成的定義の一般的な形式を具体的に分析する作業を行う。そして最終的に、「置き換え」というアイデアから示唆を受けた分析案を提出する。最後の第4節で、前節で提案された分析案であれば第2節の要求に応えられることを説明し、構成的定義の適切な分析・定式化として有望なものとなると論じる⁶。

1. 構成的定義の実例と一般的な形式

1.1. 構成的定義の典型例

還元的現象主義の体系構築の試み、その中でも特にラッセル流のものは、たいへん大まかには、次のように記述できる⁷。まず、認識的に確からしいという理由から、感覚経験の中の個別的要素(例えば、ある時点における視野の中の色の斑点)となりうる感覚的对象の存在が、最初に指定される(それらの感覚的对象のことは**センシビア**と呼ばれる)。次に、それらの**センシビア**同士の間の類似性について、様々な関係が原始的に成り立つこと(例えば、「**センシビア a** と **b** は、色についてこれこれの仕方でも類似している」等々)が仮定される。それ

らに加え、現代的論理学とクラスについての理論を前提すれば、これこれの仕方で類似したセンシビリアの集合、あるいはそれらの集合の集合……といった種類の対象(集合論的構築物)の存在が無数に認められるようになる。そして、以上の前提のもとで認められる存在者を用いることによって、認識的により疑わしい、外界の物理的対象を定義することが、試みられるのである。例えば、「東京スカイツリー」は、「××なる仕方で類似したセンシビリアの集合」といったものとして定義される。また、「机(であるもの)」なら、「○○なる仕方で類似したセンシビリアの集合であるもの」といった風に定義される。本稿で、構成的定義の典型例と見なすのは、こういった定義である⁸。

1.2. 構成的定義の一般的形式

1.1において、構築が試みられている還元的現象主義の体系は、より形式的に表現すれば、諸々のセンシビリア、それら間の様々な類似性、そして集合に関する語彙を原始的に備え、またそれらについての固有の公理をもつ、何らかの論理体系上の理論であると言えるだろう。すると、前分節の「机(であるもの)」の構成的定義とは、より正確には、この理論(TIと呼ぼう)に採用されている、「xは机である」という一項述語の、次のような明示的定義となる(もちろん、これは書き方の一例であり、またひどく単純化されている)。

$$x \text{ は机である} =_{df} x \subseteq \{y: y \text{ はセンシビリアである}\} \wedge \forall z_1 \forall z_2 ((z_1 \in x \wedge z_2 \in x) \Leftrightarrow z_1 \text{ と } z_2 \text{ は } \text{○○} \text{ の仕方で類似している}) \quad \dots \text{DI}^9$$

さて、既になされた説明を考慮すると、ある構成的定義がどのようなものかを特徴づける最も重要な事柄は、恐らく、それが用いられることによって、何から何が構成され、また何が何に還元されると言われるのか、ということであろう。DIの場合に、構成/還元される対象として考えられているのは、被定義語「xは机である」の外延として想定されているものの個々の要素(つまり個々の机)だろう。また、構成する側/還元先としては、TIにおいて、定義項の外延の個々の要素(つまり、個々の、○○な仕方で類似したセンシビリアの集合)になると想定されているものが、候補になるだろう¹⁰。従って、DIが構成的定義で

「存在者を構成／還元するために用いられる定義とはどのようなものか」

あるということは、次の双条件文を用いて特徴づけられると思われる。

TI において採用される定義 DI が構成的定義である iff TI において、
「 x は机である」の外延の個々の要素は、「 $x \subseteq \{y: y \text{ はセンシビリアである}\} \wedge \forall z_1 \forall z_2 ((z_1 \in x \wedge z_2 \in x) \Leftrightarrow z_1 \text{ と } z_2 \text{ は } \bigcirc \bigcirc \text{ の仕方で類似している})$ 」
の外延の個々の要素から構成される／個々の要素に還元される¹¹ …
… (A1)

以下では、構成および還元が成功の可能性をもつ事例を考えたいので、構成的定義が用いられる理論が真であることを仮定する。すなわち、その理論を充足する意図された(あるいは“標準的”な)解釈¹²が存在することを仮定する。また議論の便宜上、次の三点について取り決めておく。第一に、構成的定義が採用される理論およびそれにより導入される語彙の種類を、それぞれ、一階述語論理上の理論 T 、 n 項の述語記号「 F 」に限定する。第二に、この理論 T は、そこで採用される明示的定義に関して、既に拡張されているものとする。つまり、「定義『 $Fx_1 \dots x_n =_{df} \dots x_1 \dots x_n \dots$ 』が T において採用されている」等の言い回しを用いる際は、「 $\forall x_1 \dots x_n (Fx_1 \dots x_n \Leftrightarrow \dots x_1 \dots x_n \dots)$ 」というかたちの文が、 T の公理に付け加えられているとする(従って、以後「 T の原始的語彙(未定義語)」と言われるのは、正確には、 T の本来の公理に現れている非論理的語彙のことである)¹³。第三に、用語法上の簡便さのため、「表現『 Φ 』の外延に属する対象」というかたちの表現で、解釈が与えられた際に命題関数「 $\Phi x_1 \dots x_n$ 」の変項の値となる個々の対象(「 $\Phi x_1 \dots x_n$ 」を充足する順序 n 組の、個々の項)のことを意味するものとしておく。これらの準備のうえで、(A1)を一般化した次の双条件文により、構成的定義の一般的形式を表現できるだろう。

一階の真なる理論 T において採用されている n 項述語「 F 」の定義「 $Fx_1 \dots x_n =_{df} \dots x_1 \dots x_n \dots$ 」が構成的定義である iff 被定義語「 F 」の外延に属する対象は、 T において、定義項「 $\dots x_1 \dots x_n \dots$ 」の外延に属する対象から構成される／定義項「 $\dots x_1 \dots x_n \dots$ 」の外延に属する対象に還元される …… (A2)

また、この(A2)で表現されているアイデアに基づいて、次の言い回し(あるいは概念)を導入しておくことは自然だろう。すなわち、ある理論 T において(それ以上)還元されない存在者とは、非論理的語彙として、T の原始的語彙のみが現れる表現の外延に属する対象のことである、とする。

次節で論じるように、この(A2)の右辺((A2-r)と呼ぶ)が述べている事柄については、そのままではよくわからない点がいくつかある。本論文で以後主題となるのは、この(A2-r)をどのように分析するかということである。

2. 構成的定義の適切な分析に求められるもの

一般に、ある概念の分析が適切なものであるかどうかは、もとの概念についてよくわからない点を、その分析がどれだけ上手く説明できるかによって測られる。従って、(A2-r)の分析を試みるにあたっては、まず、定義によって存在者を構成および還元するという手続きに関して、どのような不明点があるのかについて、述べておかねばならない。

定義による存在者の還元(構成)の際にしばしば前提されることに、次のことがあると言える。それは、還元される存在者(前節の議論によれば、被定義語の外延に属する対象)と、それ以上還元されない存在者(非論理的語彙として、原始的語彙のみが現れる表現の外延に属する対象)は、問題の構成的定義が採用される理論において、存在論的身分が異なる、ということである。例えばラッセルは、還元される存在者のことを頻繁に「論理的虚構(logical fiction)」と呼ぶ。彼によれば机のような物理的対象は論理的虚構であり、「世界の究極的な構成要素には含まれない」のである¹⁴。じっさいのところ、そのような存在論的身分の違いが生じることが許容されないのであれば、この手続きの意義は著しく失われるであろう。「究極的な構成要素」であるそれ以上還元されない存在者は、その構成的定義が用いられる理論において、還元される存在者に比べて何らかのいみで特権的であることが、認められねばならない。

「構成的定義が用いられる理論において、還元されるものと、それ以上還元されないものの存在論的身分が違う」ということで、我々は何を言いたいのだら

「存在者を構成／還元するために用いられる定義とはどのようなものか」

うか。先のラッセルからの引用ではひとまず、還元される存在者は「真のいみでは存在しない」といった趣旨のことが、言われているように思われる。すると、構成的定義が用いられる理論の述べるところによれば、還元される存在者は、真のいみ(あるいはそれに類するいみ)においては、存在しないということになる。反対に、他の対象に還元されることがない存在者については、その理論において「真のいみで存在する」と認められるだろう。例えばある現象主義的理論においては、その未定義語である、センス・データに関する語彙の外延に属する対象は、真のいみでの存在が認められているだろう。これらのことをまとめれば、存在論的身分の違いとは、次のように表現できるであろう。すなわち、還元される対象は(少なくともその典型的なものは)、構成的定義が採用される理論によれば、真のいみでは存在しない。しかし、それ以上還元されない存在者はみな、その理論において、真のいみでの存在が認められるのである。

こう言われた場合、「真のいみで存在するかしないかというのは、一体どういうことなのか」ということがただちに問題となるだろう。そしてそれこそが、定義による存在者の構成および還元という手続きに関して、そのままではよくわからない点であると言える。つまり、この手続きの分析((A2-r)の分析)は、次の(i)が何をいみするのかについて、説明せねばならない。

- (i) 構成的定義が採用される理論において、還元(構成)される対象は、典型的には、真のいみでは存在しないとされる。しかし還元されない存在者はみな、真のいみでの存在が認められる。

さて、たったいま、「構成的定義が採用される理論において、還元される存在者は典型的には、真のいみでは存在しない」ということが認められた。「真のいみ」とは何のことなのかはまだわからないにせよ、還元される存在者の典型例は、問題の理論の述べるところによれば、あるいみでは存在しないとされる。だが一方で、次のことも言えるように思われる。すなわち、それらの還元される存在者は、その理論において、いかなるいみでも存在が認められないわけではない、ということである。前節で用いた構成的定義の例D1と現象主義的理論T1の例で考えてみる(単純のため、以後、T1も一階の理論だとする)。すると、T1

においては、「 $\exists x(x \text{ は机である})$ 」という文が定理として得られるであろう。T1 がセンシビリアの集合から物理的対象を構成することを目指した理論である以上、机やその他の物理的対象の存在が帰結するような仕方では、T1 の公理と D1 の定義項は選ばれているはずだからである。従って、還元される対象である、被定義語「 x は机である」の外延に属する対象は、T1 によれば存在が認められることになる。このことを、先に述べたことと矛盾しないように解釈するならば、次のようになる。つまり、還元される存在者である机は、T1 が述べるころでは、真のいみでは存在しない。しかし同時に、また別の何らかのいみにおいては、存在することが認められるのである¹⁵。

よって、次の(ii)が一体どういうことであるのかについても、(A2-r)の分析は説明せねばならないと言える。

(ii) 構成的定義が採用される理論によれば、還元(構成)される存在者は、典型的には、真のいみでは存在が認められない。しかしこの存在者は同時に、別のいみ(恐らく“ほんとうではない”ようないみ)では存在が認められる¹⁶。

3. (A2-r) の分析

本節では、前節までの議論を踏まえて、(A2-r)の適切な分析はどのようなかたちのものになるかを検討する作業を行う。最初に3.1で、(A2-r)に現れる「被定義語『F』の外延に属する対象」という表現について、ここで二通りの解釈が可能になることを指摘する。3.2では、前分節で指摘された二通りの読みのうち、片方により見込みがありそうだと述べる。最後の3.3で、先行研究の中でしばしば見られる、“置き換え”というアイデアに基づいた、著者自身の分析案を提出する。

3.1. 「被定義語の外延に属する対象」の二通りの読み方

分析作業を始める最初の手がかりとして、(A2-r)の右辺に現れる「被定義語『F』の外延に属する対象」という表現が多義的であり、ここでは二通りの読みが

可能であるということ指摘できる。

(A2-r)の右辺に現れる「被定義語『F』の外延に属する対象」とは何のことか、と問われたとして、一つの自然な答えは、それらは定義項の外延に属する対象と同一のものだ、という応答だろう。「 $Fx_1...x_n =_{df} ...x_1...x_n...$ 」という定義が採用されている以上、当然のことながら T においては、「 $Fx_1...x_n$ 」の外延と「 $...x_1...x_n...$ 」の外延は等しいものとして扱われるからである。いま、このように理解された被定義語「F」の外延に属する対象を、「体系内の意味で理解された被定義語『F』の外延に属する対象」と呼ぶことにしよう。(以下、省略として「被定義語『F』の体系内での外延に属する対象」といった言い回しも用いる)

いま導入された「体系内の意味で理解された外延に属する対象」というアイデアは、(定義により導入される語彙に限らず)Tにおいて用いられる表現一般に対して適用されるようなかたちに、敷衍可能である。それは、次のようにより形式的な特徴づけとなる。すなわち、「 $\chi x_1...x_n$ 」を、n個のアーギュメントをとるTの言語の開文とするならば、体系内の意味で理解された開文「 $\chi x_1...x_n$ 」の外延に属する対象とは、Tの意図された解釈が「 $\chi x_1...x_n$ 」に与える外延に属する対象のことである(1.2での仮定より、いま、Tの意図された解釈が存在することは保証されている)。

さて、一見したところでは、「被定義語『F』の外延に属する対象」という表現は、「体系内の意味で理解された被定義語『F』の外延に属する対象」と読むほかにはないようにも思える。だが、現在の議論の文脈においては、実は他の仕方でも解釈することも可能である。それは、次のような道筋で考えることから出てくる。

構成的定義の被定義語について言えることの一つに、被定義語が、定義されてその理論に導入される以前から理解されている有意味な表現である、というものがある。物理的对象を表現する語彙、可能的対象を表現する語彙、等々の構成的定義を試みる際、被定義語はそこで定義されることで初めて意味を与えられ、我々に理解可能なものとなるわけではない。その点において構成的定義は、新造語や純粹な省略記法を導入するための定義とは異なるのである¹⁷。

被定義語が理論(体系)に導入される以前の段階から意味をもつとされるなら、そのような語は、理論に導入される前から外延をもつと想定されているこ

とになる。この、体系において定義される前段階で、被定義語の外延に属する対象として想定されているものを、前体系的 (presystematic) な意味で理解された被定義語の外延に属する対象と呼ぶことにしよう (以下、省略として「被定義語『F』の前体系的な外延に属する対象」といった言い回しも用いる)¹⁸。例えば「x は机である」という一項述語なら、まさに個々の物理的な机が、前体系的な意味で理解されたその語の外延に属する対象として、想定されたものだろう。また、可能的対象に関する語彙—単純に「x は可能世界である」というものを考えてみよう—であれば、諸々のまさに可能的な世界が、この語彙の前体系的な外延に属する対象として想定されているだろう。これらの直観的な理解を基にして、「被定義語『F』の前体系的な意味で理解された外延に属する対象」という概念に対し、次の特徴づけを与えることにしよう。すなわち、「F」を原始的語彙としてもつ適切に公理化された理論¹⁹の、意図された解釈が存在することを仮定した場合に、「F」の外延に属していることが帰結する (証明できる) ような対象²⁰、というものである。この特徴づけを形式化したものが、次の双条件文 (S1) となる。ただし以下で、 T^* は、「F」を原始的語彙としてもつ、適切に公理化された理論であり、 m は解釈 (モデル) の上を動く変項であり²¹、 Σ は、 T^* の意図された解釈であるということを表示する条件である。「 $\vdash_{MT} \dots$ 」は、「我々がいま採用するモデル論 MT ²² 上で... が証明可能である」という意味のメタレベルの表現であり、またメタ言語は (対象言語の表現を全て含んでいるくらいに) 十分に豊富であるとする²³。

$$\begin{aligned} & \forall x (x \text{ が } \phi \text{ である} \Leftrightarrow x \text{ が被定義語「F」の前体系的な意味で理解された} \\ & \text{外延に属する対象である}) \text{ iff} \\ & \vdash_{MT} \forall m [(m \models T^* \ \& \ \Sigma(m)) \rightarrow \forall x (m \text{ が「F」に与える外延に } x \text{ が属する} \\ & \Leftrightarrow \phi(x))] \\ & \dots \text{ (S1)} \end{aligned}$$

この (S1) を先の具体例にあてはめると次のようになる。すなわち、まさに物理的な机であるもの (そしてそれらのみ) が「x は机である」の前体系的な外延に属する対象であるのは、次のときかつそのときに限る。つまり、この語彙を未定義

「存在者を構成／還元するために用いられる定義とはどのようなものか」

語とする理論の意図された解釈が存在するという仮定のもとで、その解釈において「x は机である」を充足する対象がまさに物理的な机である、ということが (MT 上で) 証明できるときである。「x は机である」を原始的に備えた理論の、意図された解釈が満たすべき条件 Σ には、「解釈 m は、議論領域に机その他諸々の物理的対象を含んでおり、『x は机である』の外延としてまさに物理的な机であるものを割り当てており、etc...」といったものが想定されているだろう。 Σ がそのようなものであるなら、明らかに双条件文の右辺が成り立つ。よって、左辺の、まさに物理的な机であるものが「x は机である」の前体系的な外延に属するという、求めている結果が得られる。被定義語が「x は可能世界である」等の場合も同様である。以上の議論に基づけば、(A2-r)における「被定義語『F』の外延に属する対象」を、「前体系的な意味で理解された被定義語『F』の外延に属する対象」と読むことも、十分に可能なように思われる。

この「前体系的な外延に属する対象」という概念についても、先の「体系内での外延に属する対象」の場合と同様、適用される表現の範囲が広げられることを確認しておこう。すなわち、先の (S1) の「F」を、T の言語で書かれた開文「 $\chi_{x_1 \dots x_n}$ 」で置き換えた、次の特徴づけを採用できるだろう。ただし、 T^* は「 $\chi_{x_1 \dots x_n}$ 」に現れる全ての非論理的語彙を未定義語としてもつ適切に公理化された理論である。

$\forall x(x \text{ が } \phi \text{ である} \Leftrightarrow x \text{ が開文「}\chi_{x_1 \dots x_n}\text{」の前体系的な意味で理解された外延に属する対象である}) \text{ iff}$
 $\vdash_{MT} \forall m[(m = T^* \ \& \ \Sigma(m)) \rightarrow \forall x(m \text{ が「}\chi_{x_1 \dots x_n}\text{」に与える外延に } x \text{ が属する} \Leftrightarrow \phi(x))]$
…… (S1')

なお、(S1') と、本分節初めの「体系内での外延に属する対象」の特徴づけからは、次のことが帰結する。すなわち、非論理的語彙として T の原始的語彙のみが現れる表現の、前体系的な外延に属する対象は、その表現の体系内での外延に属する対象でもあることになる。なぜなら、①「 $\chi_{x_1 \dots x_n}$ 」がそのような表現である場合は $T^* = T$ となり、②いま T の意図された解釈が存在することが仮定され

ており、③そして MT は、我々がいま受け入れているモデル論だからである。

3.2. 「被定義語の外延に属する対象」とは

「被定義語の前体系的な外延に属する対象」である

前分節で述べられた、「被定義語『F』の外延に属する対象」の二通りの読み方のうち、一つ目の「被定義語『F』の体系内での外延に属する対象」という読み方は、ここで採用することは困難である。そして、二番目の「被定義語『F』の前体系的な外延に属する対象」とする解釈の方により見込みがある。その理由は以下のようなものである。

定義による存在者の還元においてはしばしば、次のことが前提されていると言える。それは、還元される存在者、つまり被定義語の外延に属する対象と、還元先の存在者である、定義項の外延に属する対象は、何らかの性質について異なる、ということである。再び、「x は机である」という語の構成的定義 DI (それは、机を、〇〇の仕方で類似したセンシビリアの集合として定義するものであった)が、センシビリアの集合から物理的対象を作り上げるための現象主義的理論 T1 で用いられている例を、考えてみよう。いま、定義項の外延に属する対象はまさに、個々の、〇〇の仕方で類似したセンシビリアから成る集合である。さて、ここで、〇〇の仕方で類似したセンシビリアから成る集合たちはみな、還元される側の存在者一般がもたないある性質を、もっているように思われる。それは、後者に較べて認識的確からしさが高い、という性質である。このことは、ラッセル流の、還元的現象主義というプログラムのそもそもの動機づけ(の少なくとも一つ)を考えることから導かれる。その動機づけとは、認識論的基礎づけ、つまり、認識的確からしさが低い存在者(つまり机のような物理的対象)を、より確からしいセンシビリアやそれらの集合といった存在者に還元しよう(あるいは前者を後者から構成しよう)というものである。つまり、還元先の存在者は、還元される存在者もっていない、認識論的により好ましい性質をもつことが、ここでは前提されているはずなのである。そのことが言えなければ、還元的現象主義というプログラムの意義は著しく損なわれるであろう。同様の議論は、他の例でも可能であろう。可能的対象を表わす語彙の、言語的対象と集合に関する語彙による構成的定義を試みているとしよう。この場合、定義項の外延

に属する対象はみな、可能者を表す語彙の外延に属する対象が本来もつはずのない、現実世界に存在するという性質をもつことが、想定されている。そのことが認められねばやはり、現実主義という形而上学的立場はほとんどその意義を失ってしまうであろう。こういった仕方であれば、定義による存在者の還元という手続きにとって、次のケースを許容することは本質的だと言える。すなわち、ある性質に関して、還元される存在者である、被定義語の外延に属する対象はそれをもたないが、還元先の存在者である、定義項の外延に属する対象はそれをもつ、というケースである。

しかし仮に、(A2-r)における「被定義語『F』の外延に属する対象」を、「被定義語『F』の体系内での外延に属する対象」と読んだとしよう。すると、還元される存在者と還元先の存在者の間で性質が異なることは、許容できなくなる。なぜなら、「F」の体系内での外延に属する対象は、定義項「 $\dots x_1 \dots x_n \dots$ 」の外延に属する対象と同一であり、従って、還元される存在者と還元先の存在者は一般に、同一であることになるからである。

また更に、(A2-r)において、被定義語の外延に属する対象が、定義項の外延に属する対象と同一であるとする考え方には、次のような問題も指摘できる。第2節での議論によれば、(A2-r)の正しい分析は、還元される存在者とそれ以上還元されない存在者の間の、存在論的身分の違いを説明できねばならない((i)に関する要求)。しかし、還元される存在者が、定義項の外延に属する対象と同一のものだとすると、その違いを説明するのは困難になる。「xは机である」という語彙の定義D1と、それを採用する理論T1の例で、もう一度考えてみよう。恐らくD1の定義項には、非論理的語彙としては、T1の原始的語彙しか現れていない(そう仮定することに問題は無い)。従って、D1の定義項の外延に属する対象は、T1においてそれ以上還元されない存在者である。すると、D1の被定義語の外延に属する対象と、定義項の外延に属する対象については、T1によれば、前者は真のいみで存在しないが後者は真のいみで存在する、ということになる。しかし、もし両者が同一だとすると、そのような違いを説明するのは困難になってしまう。この点について論じているゴットリーブの言葉を借りれば、「構成に帰せられる存在論的インパクト」を説明できないのである²⁴。

二番目の、「被定義語『F』の前体系的な外延に属する対象」とする読みを採用

した場合は、これらの問題点は(少なくともただちには)生じなくなる。被定義語の前体系的な外延に属する対象は、定義項の外延に属する対象と同一であるとは限らないからである。D1 と T1 の例であれば、「x は机である」の前体系的な外延に属する対象は、まさに個々の物理的な机であると想定されている。そしてこれらは、定義項の外延に属する対象である、個々の、○○の仕方て類似したセンシビリアから成る集合とは、明らかに異なるものである。また直観的にも、還元される、認識的確からしさが低いという性質をもつ対象が、個々の物理的机であるというのは、理解しやすいように思われる。

以上の議論に従えば、(A2-r)における「被定義語『F』の外延に属する対象」は、「前体系的な意味で理解された被定義語『F』の外延に属する対象」と読んだ方がよいだろう。よって、(A2-r)をいま、次の(A2-r')にパラフレーズすることにしよう。

被定義語「F」の前体系的な外延に属する対象は、理論 T において、定義項「 $\dots x_1 \dots x_n \dots$ 」の外延に属する対象から構成される / 定義項「 $\dots x_1 \dots x_n \dots$ 」の外延に属する対象に還元される …… (A2-r')

3.3. 置き換えというアイデアの利用と更なる分析

Russell(1914b), (1924)や, Burgess & Rosen(1997)の Part I, B においては、論理的構成あるいは存在論的還元という手続きを説明する際に、置き換え(substitution, replacement)というアイデアが用いられている。つまり、構成(還元)される対象は、構成する側(還元先)の存在者により置き換えられる、と直観的には説明される。このことに加え更にいま、構成する側(還元先)である、定義項の外延に属する対象は、被定義語の体系内での外延に属する対象でもあることに注意しよう。すると、(A2-r')の分析案として、次の(A2-r'')を考えることができるだろう。以下では、3.1 での叙述にならって、被定義語の前体系的な外延に属する対象を一般に、 ϕ であるものとする。

被定義語「F」の前体系的な外延に属する対象である、 ϕ であるものは、理論 T において、「F」の体系内での外延(=定義項「 $\dots x_1 \dots x_n \dots$ 」の外延)

に属する対象に置き換えられる …… (A2-r’)

(A2-r’)を理解する上での問題は、「置き換えられる」と言われる操作がいったい何をいみするのか、ということである。それがいみすることの一部は単に、「被定義語『F』の前体系的な外延に属する対象は ϕ であるようなもので、『F』の体系内での外延に属する対象は定義項『 $\dots x_1 \dots x_n \dots$ 』の外延に属する対象である」ということだろう。だが、例えばラッセルの著作の該当箇所²⁵は、それに加えて、以下のような事柄も示唆している。つまり、物理的対象の振る舞いについて述べた一群の文(理論)は、構成的定義が適切なものであるならば、実はそれらが物体(例えば机)ではなくて様々なセンシビリアの集合について述べていると解釈しても、みな同様に真にならねばならない。あるいは、可能者の振る舞いについて述べた一群の文(理論)であれば、実はそれらが可能的な存在者でなくて、現実世界の中の言語的対象の集合について述べていると解釈しても、みな同様に真にならねばならない。これらの内容を一般化し、もう少し形式的に理解すれば、「置き換え」という直観的アイデアが示唆することについて、次のようにまとめられるだろう。つまり、構成的定義の被定義語を原始的語彙としてもつ理論は、未定義語としてその定義項の表現のみを備えた理論の意図された解釈においても充足される、ということである。

従って、(A2-r’)は次のように、より正確な形で述べ直すことができる。いま、構成的定義「 $Fx_1 \dots x_n =_{df} \dots x_1 \dots x_n \dots$ 」が備わった理論を T とし、被定義語「F」をはじめとする、 T において定義により導入される語彙を全て原始的語彙としてもつ、適切に公理化された理論を T^* とする(これらは今までと同様である)。そして、(S1) の右辺が成り立つとし(つまり、 ϕ であるものが、被定義語「F」の前体系的な意味で理解された外延に属する対象だとする)、更に M が、 T の意図された解釈であるとする。すると、これらの取り決めによって、まず次の(1)が成り立つ。

理論 T においては、被定義語「F」の前体系的な外延に属する対象は ϕ であるものであり、「F」の体系内での外延に属する対象は、定義項の外延に属する対象と同一である …… (1)

この上で、次の条件(2)を考える。

M が T を充足する ……(2)

(2)はまさに、前段落の最後において述べられていた条件である。従って、(1)と(2)の連言(これを(A3-r)と呼ぶ)は、(A2-r”)を更に分析したものとして用いることができるだろう。そして(A3-r)に現れる概念の中には、特別に問題含みなものは見当たらないと思われる(説明を要するものについては、これまでに示されたので)²⁶。

4. 分析の成功

いま、構成的定義が導入される、真であると仮定された理論 T の存在論的コミットメントに、どのようなものが含まれるか、ということを考えてみよう(以下の議論では、存在論的コミットメントに関してクワイン的な基準を採用し、T が存在論的にコミットするものは、T の意図された解釈の議論領域の要素になるものであると考える)²⁷。すると、3.1での議論から、特に次の二つの事柄が言えることに注目できる。第一に、Tにおいて用いられる表現のうち、定義により導入される語彙が現れているものについては、その表現の前体系的な外延に属する対象が、Tの存在論的コミットメントに含まれないことがある。定義により導入される語彙の、前体系的な外延に属する対象は、Tの意図された解釈の議論領域に含まれている必要はないからである。現象主義的理論 T1 と定義 D1 の例で言えば、D1の被定義語「xは机である」の前体系的な外延に属する対象である、個々のまさに物理的な机は、理論 T1 の、意図された解釈の議論領域には含まれていないだろう。第二に、Tにおいて用いられる表現の、体系内での外延に属する対象は、Tの存在論的コミットメントに必ず含まれることになる。例えば、D1の被定義語「xは机である」の体系内での外延に属する対象は、D1の定義項の外延に属する対象、すなわち○○の仕方でも類似したセンシビリアの集合と同一であり、従って、T1の意図された解釈の議論領域に含まれることにな

るだろう。この二点を踏まえたうえで、(A3-r)を(A2-r)の分析案として採用するならば、第2節の要求について、以下のように論じられると思われる²⁸。

(i)「構成的定義が採用される理論において、還元(構成)される対象は、典型的には、真のいみでは存在しないとされる。しかし、還元されない存在者はみな、真のいみでの存在が認められる」については、次のようになる。(i)が述べられた段階で「還元されない存在者」という表現に対応していた、「非論理的語彙としてTの原始的語彙のみが現れる表現の外延に属する対象」という表現は、より正確に理解できることに注意しよう。いま、この表現を「非論理的語彙としてTの原始的語彙のみが現れる表現の、前体系的な外延に属する対象」と読んでみよう。すると、(i)は「還元(構成)される対象である、被定義語の前体系的な外延に属する対象は、典型的には、Tの存在論的コミットメントに含まれない。しかし、還元されない存在者、つまり非論理的語彙としてTの原始的語彙のみが現れる表現の、前体系的な外延に属する対象は、(3.1 末尾より、これらは体系内の外延に属する対象でもあるので)必ずTの存在論的コミットメントに含まれる」ということとして、理解可能になる。

また、(ii)の「構成的定義が採用される理論によれば、還元(構成)される存在者は、典型的には、真のいみでは存在が認められない。しかしこの存在者は同時に、別のいみ(恐らく“ほんとうではない”ようないみ)では存在が認められる」については、次のようになる。(ii)が述べられた段階で「還元(構成)される存在者」という表現に対応していた、「被定義語の外延に属する対象」という表現がやはり、多義的であることに注意しよう。この表現の二通りの解釈を考慮すれば、(ii)の前半部で存在が認められない対象と、後半部において存在が認められる対象は、異なるものであると考えることができる。つまり、前者は、被定義語の前体系的な外延に属する対象であり、後者は、被定義語の体系内での外延に属する対象である、と解釈しうるのである。このように考えれば、(ii)は「被定義語の前体系的な外延に属する対象は、典型的にはTの存在論的コミットメントに含まれない。しかし、被定義語の体系内での外延に属する対象は必ず、Tの存在論的コミットメントに含まれる」ということとして、理解可能になる。「被定義語の体系内での外延に属する対象」のいみあいがあるのでどのように取り決められたかを考えれば、このことは更に、次のように言い換えてもよいだろう。つまり、

定義された限りの意味での構成／還元される対象は、理論内で存在が認められる、と言ってもよいだろう。この言い回しは、直観的にも、もっともらしいと思われる。そして、哲学者はしばしばじっさいに、その類のことを述べているだろう。例えば、ラッセル流の還元的現象主義者は、机の存在を認めるかを問われた際、「机は存在する。ただし、『机』が、『〇〇の仕方で類似したセンシビリアの集合』を意味する限りにおいて」と答えることができるだろう。また、様相の形而上学において現実主義の立場をとる者は、例えば「可能世界は存在する。ただし、『可能世界』が、『これこれの言語的対象の集合』を意味する限りにおいて」と答えられるだろう。

以上のことから、(A3-r)は、第2節で要求された説明を与えられるものであることが予想され、よって、(A2-r)の分析案として見込みがあると思われる。従って、構成的定義とは何であるかの定式化の一案として、我々は最終的に、(A2)の左辺と (A3-r)を結んだ、次の(A3)を提出することができるだろう。

一階の真なる理論 T において採用されている n 項述語「F」の定義
「 $Fx_1\dots x_n =_{df} \dots x_1\dots x_n\dots$ 」が構成的定義である iff (A3-r) …… (A3)²⁹

ここまでの議論で考慮されていないケースによって、(A3-r)が(A3)の左辺の必要十分条件にならないという可能性は、もちろん残っている。しかし、本論文のこれまでの議論により、(A3-r)が構成的定義の適切な分析として有望であるということは、示しえたのではないだろうか。

結びにかえて

本稿の目標は、分析哲学の古典的道具立てである構成的定義について、その適切な定式化案を検討・提出し、またそれを通じて、この道具立てについてある程度体系的で詳細な解説を行うことであった。以上の考察によって、その目標に対し、一定程度の貢献は出来たのではないかと思われる。

註

1. Russell(1914a), (1914b), Carnap(1928), Ayer(1936), Goodman(1951)など。これらの著作が全て還元的現象主義を支持するものかどうかは議論の余地があるが、これらの中で還元的現象主義の特徴をもつ体系が具体的に検討されていることじたいは認めてよいと思われる。なお、構成と還元を対概念として用いるのは、Carnap(1928)に由来する。
2. 例えば、飯田(1985), (1995)を参照。他の典型的な例としては、唯名論者がしばしば検討する、抽象者を具体者のメレオロジー的構築物として定義することにより、前者を後者から構成する(前者を後者に還元する)試み等も挙げられるだろう。
3. 更に元を辿れば、その出自は現代的な数理論理学(集合論)にある。数学における構成的定義の例としては、集合論の語彙を用いた自然数や実数の定義などが挙げられるだろう。構成的定義は、数学においても(あるいはむしろ数学においてこそ)重要な方法論として用いられているものであるが、本発表が念頭に置くのは専ら、哲学的動機づけに基づくこの道具立ての使用である。
4. この方法論を適用しようとする試みの中から、成功したという合意があるものを探すのは、もちろん難しいことだろう。従って、そのことにより、この道具立てについて論じる価値がいくぶん低められるということはある。
5. Carnap(1928), Goodman(1951), Cartwright(1954a)など。
6. 構成的定義とは何かについての数少ない先行研究に、Goodman(1951), ch. 1 や Cartwright(1954a), Hellman(1977), (1978)等がある。また本論文はその他にも、以下でしばしば言及されるように、Bonevac(1982) および Burgess & Rosen(1997), Part I, B 等における、理論間の翻訳による存在論的還元についての議論に、内容面でその多くを負う。例えば後者の中で“objectual reduction”という名で触れられる手続きは、本稿の構成的定義と同趣旨のものである。
7. 以下の説明は、Russell(1914a), chs. 3-4, (1914b); Ayer(1936)などを元に、大幅に単純化したものである。
8. 他の例、例えば可能者の言語的対象による定義についても、本節の叙述と同様の説明を与えることができると思われる。
9. D1 はより非形式的に述べれば、『机である』という語は、『○○な仕方で類似したセンシビリアの集合である』ということの意味するものとして定義される」という意味合いである。
10. D1 のような例が用いられる際、我々は、「現象主義的体系では定義によって、机は、○○の仕方互いに類似したものと、センシビリアであるものと、および集合に還元される(あるいは、それらから構成される)」といった言い回しを用いることもある。つまり、還元先(構成する側)の存在者として、定義項の外延(の個々の要素)というよりも、定義項に現れる無数の非論理的語彙の外延群といったものが考えられていることも、あるように思われる(cf. Ayer(1936), p. 63(邦訳 57頁); Carnap(1928), p. 60(頁数は英訳版))。

しかし、構成的定義の一般的形式を述べるには、還元先の存在者として想定するものをどちらかに統一した方が都合よい。そのため、ここでは、還元先の存在者を定義項の外延(の個々の要素)に比定して、議論を進めていくことにする。

- ¹¹ 本論文での「/」記号は、「…である、および、～」といった、連言的な意味合いの表現の略記として用いることにする。
- ¹² いま典型例として考えられている理論は、集合一般についての理論を含んでいるから、その意図された解釈は、一階のZF集合論に基づく標準的なモデル論では扱うことができない(集合一般についての理論の、意図された解釈の議論領域は、全ての集合を包含するようなものになるだろう。しかし、一階のZF集合論に基づくモデル論においては、そのような議論領域の非存在が証明されてしまう)。従って、本稿における以降の議論では、正確には、(少なくとも真クラス程度の)“大きな”議論領域をもつ解釈を扱うことが可能な、標準的なものより表現力の強いモデル論を前提しなければならない。そのようなモデル論の一例としては、Rayo & Williamson(2003)を参照。同論文が扱っている、二階の集合論上で展開される意味論(モデル論)は、本稿の議論に十分だと思われる。(なお、そのモデル論が、Rayo & Williamson(2003)の本来の目標である Absolute Generality を扱うことに成功しているかどうかは、また別の問題である)
- ¹³ 本稿では、定義が理論に採用されていることを前提する。従って、それらの定義は、形式的体系において採用される定義に要求される eliminability, conservativity (non-creativity) などの基準は既に満たしているものとして扱う(これらの基準については、例えば Suppes(1957), ch. 8 を参照)。
- ¹⁴ 例えば、Russell(1918b), pp. 271-74.
- ¹⁵ cf. Cartwright(1954a), p. 285. なお、このような場面ではしばしば、「TIにおいて、机の存在は、見かけ上は認められる(しかし真のいみでは認められない)」といった言い回しがなされる。もしこの言い回しを用いるなら、本論文の目標の一つは、「見かけ上は存在が認められるが真のいみでは認められない」とはどういうことかについて説明を与えることである。
- ¹⁶ 本節で述べられた (i) と (ii) についての要求から、本稿で存在者の還元と呼ばれる手続きの典型例は、「熱の分子運動への還元」といったタイプの存在論的還元とはいくぶん異なる種類のものであることがわかる。それらのタイプの存在論的還元は、還元される対象と還元先の対象の同一性を主張するものであり、従って、どちらも等しいいみで存在することを主張するものだからである。他方、本論文における存在論的還元はむしろ、“消去的”とも呼べる性格をもつものである。この点に関しては、3.2 での議論も参照。
- ¹⁷ つまり、構成的定義は、カルナップの言う解明(explication)の一種であると考えられる(cf. Cartwright(1954a), pp. 374-376.)。解明については、Carnap(1947/1956), §2; (1950/1962), ch. 1, Hempel(1952), ch. 1 など参照。
- ¹⁸ ここで「前体系的(presystematic)」という表現を用いることに関しては、Goodman(1951), Hellman(1977)などから示唆を得た。ただし、これらの著作においては、「前体系的」という表現は、本稿と同義のものとして用いられてはいない。また、ここでの「前体系的」という言い回しの「前」という表現は、あくまで、定義が導入される体系に対する相対

的なものであって、「体系化されていない」という含みをもっている訳ではないことに、注意する必要がある。

19. 実際の哲学的議論の場面においては、そのような理論は部分的にしか特定できないことが多い。しかしそれでも、その理論とその想定上の解釈について、我々は既に、ある程度は知識をもっているものと考えられる。
20. もとの「想定されている」という直観を反映させるためには、ここで証明可能性の概念を用いることが本質的である。仮に(S1)の右辺が、ただの全称量化された条件文“ $\forall m [(m=T^* \ \& \ \Sigma(m)) \rightarrow \forall x (m \text{ が「F」に与える外延に } x \text{ が属する} \Leftrightarrow \phi(x))]$ ”だったとしてみよう。すると、 T^* の意図された解釈が存在しない場合は、この文は空虚に真になるので、いかなるものも「F」の前体系的な外延に属することになってしまう。証明可能性概念を使うのは、そのような帰結を防ぎ、 T^* の意図された解釈が存在するかどうか(そして「F」の前体系的な外延に属する対象が存在するかどうか)から独立に、「F」の前体系的な外延について有意義に語れるようにするためである。なお、この形式化は、Hellman (1977), XXVII-XXX; (1978), pp. 211-216 で述べられているアイデアに部分的に基づく。
21. 我々がいま前提しているような種類のモデル論では、 m が一階の変項であるとは限らない。註12を参照。例えば、Rayo & Williamson(2003)で展開される意味論では、解釈に対する量化は二階である。
22. 註12, 21を参照。少なくとも、 T や T^* の意図された解釈を扱える程度の表現力をもつ必要がある。
23. 細かいことに注意すれば、ここで導入される言語は、理論 T^* の言語に対しては、メタレベルである。
24. Gottlieb (1976), p. 59. 本分節における以上の議論は、同論文、およびこれを援用する Westerhoff(2005), §51を参考にした。また、Quine(1964/1966)における存在論的還元の特徴づけも参照。
25. 「可能なきはいつでも、推論された存在者は、論理的構成物によって置き換えられる (be substituted) べきである。[……]ある命題の集合が与えられ、それらは想像上の推論された存在者について言葉の上では語っているとしよう。我々はまず、これらの命題を真ならしめるためには、その想像上の存在者にはどのような性質が求められるのかを、観察する。そして、少々の論理的な工夫の力によって、我々は、より仮説的でない存在者の論理的関数—要求された性質を備えた—を、構成するのである。我々は、この構成された関数を想像上の推論された存在者に置き換え (substitute)、それにより問題の命題の中身について、新たなより疑わしくない解釈を得るのである」(Russell(1914b), pp. 121-122. 邦訳 178-179 頁) 訳文は、邦訳を参考に、筆者自身のものを用いた。ほぼ同様のことを述べた箇所は、Russell(1924), p. 326にも存在する。なお、この引用箇所でラッセルは、「論理的構成物 (logical constructions)」という語を、単に「何らかの対象のクラス」という意味合いで用いている。
26. 本分節で行われた議論に近いものとしては、Cartwright(1954a), ch. 4も参照。ただし彼は、理論間の存在論的還元の分野において「新ピタゴラス主義 (neo-Pythagoreanism)」の問題として知られる困難を理由として、自身が提出する定式化を十分なものと見なさ

ない。残念ながら、この論点についてここで詳しく扱うことはできない。しかし、(A3-r)のように、還元を構成的定義が導入される理論 T に相対化し、被定義語の前体系的外延に属する対象が (T の存在論的コミットメントには含まれないとしても) 存在する余地を残す場合、この点を正しく把握することで、「新ピタゴラス主義の問題」は回避できると考えられる。Bonevac (1982) における、この問題についての一連の議論は、その点に関して示唆的である。(なお、「新ピタゴラス主義の問題」とはどのようなものかについては、Quine (1964/1966); (1969), ch. 2 などとも参照)

27. いま T は真である (意図された解釈が存在する) と仮定されているから、理論のクワインのな存在論的コミットメントについては、この理解の仕方でも十分だろう。(cf. Cartwright (1954b), Parsons (1970))
28. 以下の説明は、(A3-r) そのものというより、これらの分析で前提されている概念に基づくと考えの方が、よりわかりやすいかもしれない。
29. (A3) に似たアイデアを用いて、構成的定義の定式化を与えているものには、Goodman (1951), ch. 1 も挙げられる。

参考文献

- Ayer, A. J. (1936/1946/1952), *Language, Truth and Logic*. 2nd ed. New York: Dover Publications.
(エイヤー, A. J. 吉田夏彦訳『言語・真理・論理』岩波書店 1955年)
- Beall, J. C. (ed.) (2003), *Liars and Heaps*. Oxford: Oxford University Press.
- Bonevac, D. A. (1982), *Reduction in the Abstract Sciences*. Indianapolis, ind.: Hackett.
- Burgess, J. & Rosen, G. (1997), *A Subject with No Object*. New York: Oxford University Press.
- Carnap, R. (1928/1961/1967), *Der logische Aufbau der Welt*. 2nd ed. Hamburg: F. Meiner.
Translated as *The Logical Structure of the World* by R.A. George. Berkley: University of California Press.
- (1947/1956), *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic*. 2nd ed. Chicago: University of Chicago Press.
- (1950/1962), *Logical Foundations of Probability*. 2nd ed. Chicago: University of Chicago Press.
- Cartwright, R. L. (1954a), *Logical Constructions*. Ph.D. dissertation, Brown University.
- (1954b), “Ontology and the Theory of Meaning”, *Philosophy of Science* 21: 316–325.
- Goodman, N. (1951/1977), *The Structure of Appearance*. Cambridge, MA: Harvard University Press. 3rd ed. Boston, MA: Reidel.

「存在者を構成／還元するために用いられる定義とはどのようなものか」

- Gottlieb, D. (1976), "Ontological Reduction", *Journal of Philosophy* 73: 57–76.
- Hellman, G. (1977), "Introduction", in Goodman (1951/1977), XIX–XLVII.
- (1978/1997), "Accuracy and Actuality", *Erkenntnis* 12: 209–228.
- Hempel, C. G. (1952), *Fundamentals of Concept Formation in Empirical Science*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- 飯田隆. (1985), 「可能世界」『新・岩波哲学講座・哲学, 第7巻, トポス・空間・時間』岩波書店, 1985年, 270–300頁.
- (1995), 『言語哲学大全Ⅲ 意味と様相(下)』, 勁草書房.
- Muirhead, J. H. (ed.) (1924), *Contemporary British Philosophy*. London: Allen & Unwin Ltd.
- Parsons, T. (1970), "Various Extensional Notions of Ontological Commitment", *Philosophical Studies* 21: 65–74.
- Quine, W. V. O. (1964/1966), "Ontological Reduction and the World of Numbers", *Journal of Philosophy* 61: 209–216. Reprinted with substantial changes in Quine (1966/1976), 212–220.
- (1966/1976), *The Ways of Paradox and Other Essays*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press. Revised and enlarged edition.
- (1969), *Ontological Relativity and Other Essays*. New York: Columbia University Press.
- Rayo, A. & Williamson, T. (2003), "A Completeness Theorem for Unrestricted First-Order Languages", in Beall (2003), 331–356.
- Russell, B. (1914a), *Our knowledge of the External World*. London: Allen & Unwin Ltd. (ラッセル, B., 石本新訳「外部世界はいかにして知られうるか」『世界の名著 70 : ラッセル, ウィトゲンシュタイン, ホワイトヘッド』中央公論社, 1980年, 81–304頁)
- (1914b/1918), "The Relation of Sense-data to Physics", *Scientia* 16: 1–27. Reprinted in Russell (1918a/2004), 113–141. (ラッセル, B., 江森巳之助訳「感覚と件の物理学に対する関係」『バートランド・ラッセル著作集 4 神秘主義と論理』みすず書房, 1959年, 166–206頁)
- (1918a/2004), *Mysticism and Logic, and Other Essays*. New York: Dover Publications. (ラッセル B., 江森巳之助訳『バートランド・ラッセル著作集 4 神秘主義と論理』みすず書房, 1959年)
- (1918b/1956), "The Philosophy of Logical Atomism", *Monist* 28: 495–527; 29: 32–63,

- 190–222, 345–380. Reprinted in Russell (1956), 177–281.
- (1924/1956), “Logical Atomism”, in Muirhead (1924), 359–83. Reprinted in Russell (1956), 323–343.
- (1956), *Logic and Knowledge*. Edited by Robert C. Marsh. New York: G.P. Putnam's Sons.
- Suppes, P. (1957), *Introduction to Logic*. Princeton, N.J.: Van Nostrand.
- Westerhoff, J. (2005), *Ontological Categories*. Oxford: Oxford University Press.